

Propuesta de Taller (Workshop) a desarrollar en el ICME 11 (Monterrey)

Título:

ACTIVIDADES PARA EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS DE ANÁLISIS DIDÁCTICO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

Autores:

Juan D. Godino, Mauro Rivas, Walter F. Castro y Patricia Konic
Universidad de Granada

Dirigido a:

Profesores de matemáticas (cualquier nivel) e investigadores en Didáctica de la Matemática

RESUMEN

En el taller proponemos a los profesores/ investigadores asistentes actividades dirigidas a fomentar el desarrollo de competencias de análisis didáctico de la propia práctica docente. El análisis se basa en la aplicación de algunas herramientas teóricas desarrolladas en el marco del “Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática” (Godino, Batanero y Font, 2007)¹, en particular las nociones de “configuración de objetos y procesos matemáticos” e “idoneidad didáctica de un proceso de estudio”.

La dinámica de trabajo del “workshop” será la siguiente:

- (1) Análisis de las configuraciones epistémicas y cognitivas en la resolución de problemas, usando la “Pauta para la identificación de objetos y procesos matemáticos”. Para este componente se realizarán las siguientes actividades: a) presentación de un problema aritmético – algebraico que implica la optimización de una función; b) resolución por los asistentes y puesta en común de las diferentes soluciones; c) elaboración de las configuraciones epistémicas de los objetos y procesos puestos en juego, y puesta en común por los asistentes; d) presentación de respuestas de estudiantes al problema y elaboración de las configuraciones cognitivas correspondientes.
- (2) Análisis de la idoneidad didáctica de un proceso de estudio matemático. Para este componente se realizarán las siguientes actividades: a) descripción de una sesión de clase en la que futuros profesores de educación primaria abordaron la resolución del problema, incluyendo fragmentos de video; b) valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio implementado, usando una pauta con indicadores empíricos para valorar dicha idoneidad.

El uso de la pauta de identificación de objetos y procesos y la pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica permite reflexionar sobre la naturaleza de la actividad matemática y los factores que condicionan los procesos de estudio matemático.

Palabras clave: resolución de problemas; objetos y procesos matemáticos; formación de profesores, pautas de análisis; enfoque ontosemiótico

¹ Las publicaciones donde se desarrolla el “Enfoque Ontosemiótico” están disponibles en Internet:
<http://www.ugr.es/local/jgodino>

1. JUSTIFICACIÓN DEL CONTENIDO Y ORIENTACIÓN DEL TALLER

La formación de profesores debe orientarse hacia el desarrollo de competencias para analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y de sintetizar el complejo de conocimientos aportados por la Didáctica de la Matemática, para el diseño, implementación y evaluación de su propia práctica docente. En este orden de ideas se requiere que el profesor de matemáticas adquiera cierto nivel de competencia matemática: conocer y ser capaz de aplicar las prácticas matemáticas necesarias para resolver los tipos de problemas usualmente abordables en el contexto educativo correspondiente, y de manera diferente a como lo hace el matemático (Showder, 2007, p. 162). Pero desde el punto de vista de la enseñanza y aprendizaje, el profesor debe ser capaz de analizar la actividad matemática al resolver los problemas, identificando los objetos y procesos matemáticos puestos en juego, con el fin de identificar de manera profunda y detallada los diferentes lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos que intervienen en el proceso de solución de los problemas y en las configuraciones didácticas de las cuales forman parte (Godino, Batanero y Font, 2007).

No obstante, un proceso de estudio matemático no se restringe a las fases exploratorias en las que se formulan conjeturas sobre la solución de los problemas, sino que se compone de configuraciones y trayectorias didácticas donde se articulan los roles docentes y discentes, junto con los conocimientos pretendidos, los significados personales de los estudiantes y el uso de recursos específicos. La gestión de esta complejidad requiere que el profesor de matemáticas desarrolle competencias de análisis que le permitan realizar la síntesis necesaria para valorar los procesos de estudio implementados y tomar decisiones sobre su mejora potencial (Cooney y Wiegel, 2003). Es en este contexto en el que se proponen las actividades de este taller.

2. OBJETIVOS

Con las actividades del taller nos proponemos fomentar el desarrollo de las siguientes competencias referidas al diseño e implementación de procesos de estudio matemático:

- Seleccionar y reelaborar los problemas matemáticos idóneos para los alumnos de los distintos niveles, usando los recursos lingüísticos y medios apropiados en cada circunstancia.
- Definir, enunciar y justificar los conceptos, procedimientos y propiedades matemáticas, considerando las nociones previas necesarias y los procesos implicados en su generación.
- Implementar configuraciones didácticas que permitan identificar y resolver los conflictos semióticos en la interacción didáctica para optimizar el aprendizaje matemático de los alumnos.

3. DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

3.1. Análisis de configuraciones epistémicas y cognitivas en la resolución de problemas.

Para este componente se realizarán las siguientes actividades: a) presentación de un problema aritmético – algebraico que implica la optimización de una función; b) resolución por los asistentes y puesta en común de las diferentes soluciones; c) elaboración de las configuraciones epistémicas de los objetos y procesos puestos en juego, y puesta en común por los asistentes; d) presentación de respuestas de estudiantes al problema y elaboración de las configuraciones cognitivas correspondientes.

Enunciado del problema matemático inicia²

Pedro escribió en la pizarra los números 2, 5, 6 y 3.

- a) Escoge tres de estos números, que sean diferentes entre sí, y escríbelos en las siguientes casillas, de modo que el producto de los números sea el **mayor posible**

		×

- b) Juan dice que es capaz de elegir los tres números anteriores que dan el producto máximo sin necesidad de hacer **ninguna multiplicación**.

b1) ¿Es esto posible? ; b2) ¿Cuál podría ser el procedimiento de Juan? ; b3)¿Cómo se puede justificar? *Razonar las respuestas.*

- c) Pedro propone ahora este desafío:

Dados cinco números naturales cualesquiera de una cifra (*a, b, c, d, e*), se deben elegir tres de esos números para formar el **multiplicando** y otro más para formar el **multiplicador**. Describe y justifica un procedimiento para elegir los números de manera que el producto sea el **menor posible**.

Tras la resolución y puesta en común de las soluciones se procede a aplicar la pauta siguiente:

Pauta para la identificación de objetos y procesos matemáticos (con ejemplos ilustrativos)

Objetos:	Procesos (significación, generalización, argumentación, ...)
LENGUAJES	
Previos	
- Producto de los números	Refiere a que los números deben ser multiplicados
Emergentes	
- Escritura de la configuración de números	Que conduce a la obtención del producto con valor máximo.
CONCEPTOS	
Previos	
- Números naturales	Secuencia recursiva de símbolos que se combinan según ciertas reglas para formar otros de 2 y 3 cifras.
Emergentes	
- Orden en N	Criterio de comparación que conduce a la obtención del mayor (o menor) producto.
PROPIEDADES	
Previas	
- Reglas del sistema de numeración decimal.	1 decena = 10 unidades; 1 centena = 10 decenas = 100 unidades.
Emergentes	
- Configuración que permite obtener el mayor producto posible.	Sirve para descartar las configuraciones que no cumplen con la condición solicitada.
PROCEDIMIENTOS	
Previos	

² Malaspina (2007).

- Algoritmo de la multiplicación.	Utilizado para multiplicar un número de dos cifras por otro de una.
Emergentes	
- Descartar el 2; tomar como multiplicador el mayor, 6; tomar como multiplicando el 53.	Se manifiesta a partir de la deducción conjetural inicial de la propiedad “a mayores factores mayor producto”
ARGUMENTOS	
Previos	
- Argumentación empírica	Comprobación exhaustiva de las 24 posibles configuraciones de los factores.
Emergentes	
- Argumentación empírica-conjetural	Establecimiento de una regularidad a partir de la observación de solo algunas de las posibles configuraciones de los factores

Esta “pauta de identificación de objetos y procesos” está basada en el modelo epistemológico y cognitivo desarrollado en el “Enfoque ontosemiótico”, cuyas principales componentes se resumen en la figura 1.

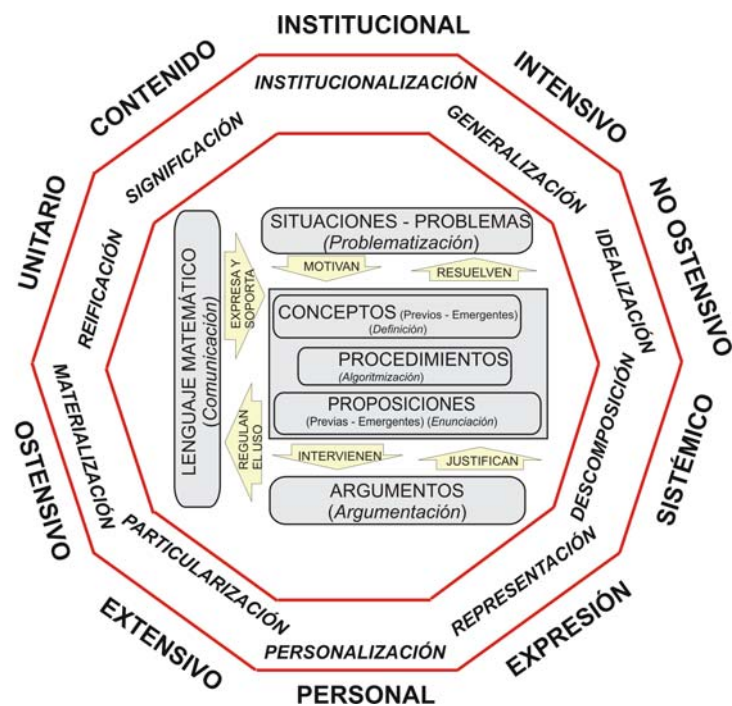


Figura 1: Configuración de objetos y procesos matemáticos

3.2. Análisis de la idoneidad didáctica de un proceso de estudio matemático.

Para este componente se realizarán las siguientes actividades:

- Descripción de una sesión de clase, que incluye fragmentos de un video, en la que futuros profesores abordaron la resolución del problema;
- Valoración del proceso de estudio implementado, mediante el uso de la siguiente pauta con indicadores empíricos de la idoneidad didáctica.

Pauta de análisis de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática (Godino, Bencomo, Font, y Wilhelmi, 2007)

1. Idoneidad epistémica: Grado en que los contenidos implementados (o pretendidos) en el proceso de estudio representan bien a los contenidos de referencia.

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Situaciones-problemas	<ul style="list-style-type: none"> - Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación - Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)
Lenguaje	<ul style="list-style-type: none"> - Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre las mismas. - Nivel del lenguaje adecuado a los niños a quienes se dirige - Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<ul style="list-style-type: none"> - Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen - Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado - Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> - Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen - Se promueven situaciones donde el alumno deba argumentar
Relaciones	<ul style="list-style-type: none"> - Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí.

2.2. Idoneidad cognitiva: Grado en que los contenidos implementados (o pretendidos) son adecuados para los alumnos, es decir, están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos.

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	<ul style="list-style-type: none"> - Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (los que el alumno ha estudiado anteriormente o el profesor ha planificado su estudio) - Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	<ul style="list-style-type: none"> - Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo
Aprendizaje	Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos / competencias pretendidos

2.3. Idoneidad mediacional: Grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	<ul style="list-style-type: none"> - Uso de materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido - Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	<ul style="list-style-type: none"> - El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida - El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora) - El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido
Tiempo (De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje)	<ul style="list-style-type: none"> - El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida - Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema - Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan mayor dificultad de comprensión

2.4. Idoneidad afectiva: Grado de implicación, interés y motivación de los estudiantes

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Intereses y necesidades	<ul style="list-style-type: none"> - Las tareas tienen interés para los alumnos - Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional
Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> - Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. - Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.
Emociones	<ul style="list-style-type: none"> - Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo hacia las matemáticas. - Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

2.5. Idoneidad interaccional: Grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje.

COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
Interacción docente-discente	<ul style="list-style-type: none"> - El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) - Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.) - Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento - Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos.

		- Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase
	Interacción entre alumnos	- Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes - Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión
	Autonomía	- Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio
	Evaluación formativa	- Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos

2.6. Idoneidad ecológica: *Grado de adaptación curricular, socio-profesional, apertura a la innovación y conexiones intra e interdisciplinares*

	COMPONENTES:	DESCRIPTORES:
	Adaptación al currículo	- Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares
	Apertura hacia la innovación didáctica	- Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva - Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo
	Adaptación socio-profesional y cultural	- Los contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes
	Conexiones intra e interdisciplinares	- Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinares

4. REFLEXIONES FINALES

La realización de estas actividades mediante el uso de la “pauta de identificación de objetos y procesos matemáticos” permite crear un contexto de expresión de las concepciones de los profesores sobre las matemáticas, usualmente limitadas y sesgadas hacia los componentes conceptuales y algorítmicos, y su evolución hacia un modo más integral que asigna un papel central a las situaciones – problemas, los diversos registros semióticos, los procesos de definición, enunciación y argumentación.

Respecto de las concepciones acerca de la enseñanza de las matemáticas, usualmente centradas en un modelo transmisivo del conocimiento, el uso de la “pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica” permite ampliar la perspectiva, involucrando las diversas dimensiones que intervienen en los procesos de estudio matemático (epistémica, cognitiva-afectiva, instruccional y ecológica).

REFERENCIAS

Cooney, T. J. y Wiegel, H. G. (2003). Examining the mathematics in mathematics teacher education. En, A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y F. K. S. Leung (eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (pp. 795-828). Dordrech: Kluwer A. P.

- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2007). Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. URL: http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm.
- Malaspina, U. (2007). El rincón de los problemas. *UNIÓN*, 11, 197-204.
- Sowder, J. T. (2007). The mathematical education and development of teachers. En F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 157-224). Charlotte, N.C: NCTM and IAP.